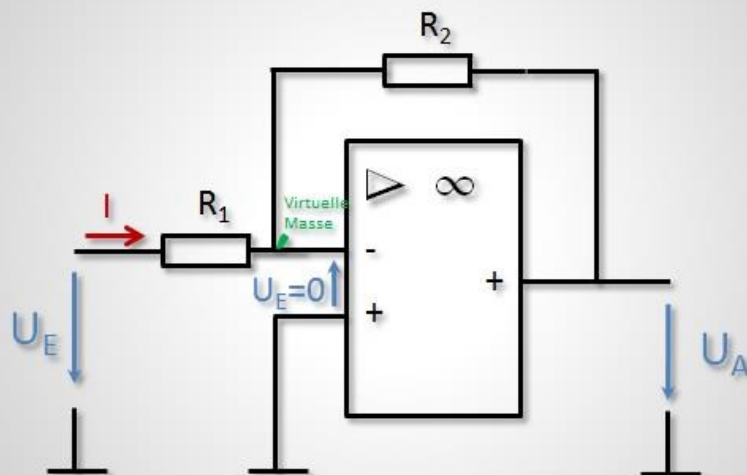


Rechenschaltungen mit
Operationsverstärkern

ohne Ballast



Schritt für Schritt
an Beispielen erklärt

VIDEO-unterstützt

Rechenschaltungen mit Operationsverstärkern

ohne Ballast

von

Wolfgang Bengfort – ET-Akademie.de / ET-Tutorials.de
Elektrotechnik verstehen durch VIDEO-Tutorials

Rechtlicher Hinweis:

Alle Rechte vorbehalten.

Dieses Buch darf ohne Genehmigung des Autors in keiner Form, auch nicht teilweise, vervielfältigt werden.

Texte und Bilder Copyright ©2015

Impressum

Wolfgang Bengfort
Kinderhauser Straße 91
48147 Münster

Vorwort

Einer der wichtigsten Vertreter von integrierten Schaltungen in der analogen Schaltungstechnik ist der Operationsverstärker. Durch die universellen Einsatzmöglichkeiten dieses Bausteins werden Operationsverstärker in sehr hohen Stückzahlen hergestellt. Die hierdurch realisierbaren niedrigen Stückpreise und die Integration wesentlicher Eigenschaften eines Verstärkers auf einem einzigen Chip fördern die Beliebtheit.

Das Verhalten von Operationsverstärkerschaltungen wird hierbei hauptsächlich durch die externe Beschaltungen bestimmt. Dies ermöglicht die universelle Einsatzmöglichkeit von Operationsverstärkern für verschiedenste analoge Rechenaufgaben.

Auch wenn heute viele Rechenoperationen digital, beispielsweise mit Hilfe von Mikrocontrollern, durchgeführt werden, ist der Einsatz von Operationsverstärkern nach wie vor ein wesentlicher Bestandteil der Grundlagenausbildung von Studierenden der Elektrotechnik, denn die klare Struktur von Operationsverstärkerschaltungen ermöglicht einen guten Einstieg in die analoge Schaltungstechnik.

Ziel des vorliegenden Buches **Rechenschaltungen mit Operationsverstärkern** ist es, den Studierenden eine Einführung in das Thema zu geben und bei dem **Verständnis und der Berechnung von Operationsverstärkerschaltungen** punktgenau zu unterstützen – **ohne Ballast**.

Das Buch erläutert zunächst die grundlegenden Eigenschaften von Operationsverstärkern, geht anschließend mit Beispielen auf die Begriffe Mitkopplung und Gegenkopplung ein und behandelt anschließend die wichtigsten Grundsaltungen im Zeitbereich. Mit einer kurzen Betrachtung von Operationsverstärkerschaltungen im Frequenzbereich schließt das Buch ab.

Die Beispiele werden in speziellen **Online-Videos** für die Leser dieses Buches veranschaulicht.

Das vorliegende Buch setzt grundlegende Kenntnisse der Mathematik voraus, wie Sie in Bildungsgängen, die zur Fachhochschulreife bzw. zur Allgemeinen Hochschulreife führen, vermittelt werden. Lediglich für das letzte Kapitel werden Kenntnisse der komplexen Zahlen benötigt.

Münster, Juli 2015

Wolfgang Bengfort

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Was ist ein Operationsverstärker

Eigenschaften eines Operationsverstärkers

Operationsverstärker als Komparator

Mitgekoppelter Operationsverstärker als Schmitt-Trigger

Gegengekoppelter Operationsverstärker

Invertierender Verstärker

Berechnung des nicht-invertierenden Verstärkers

Operationsverstärker als Impedanzwandler

Operationsverstärker als invertierender Addierer

Operationsverstärker als Subtrahierer

Operationsverstärker als Integrierer

Operationsverstärker als Differenzierer

Operationsverstärkerschaltungen in der Regelungstechnik

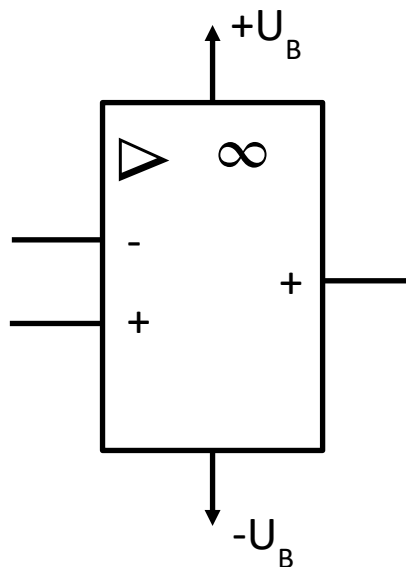
Operationsverstärker im Frequenzbereich

Beispiel: PD-Glied

Was ist ein Operationsverstärker

In der Elektrotechnik ist es häufig nötig Signale möglichst linear zu verstärken. Statt Verstärkerschaltungen diskret mit (vielen) Transistoren aufzubauen werden häufig Operationsverstärker eingesetzt, in denen aufwändige Transistorverstärkerschaltungen auf einer integrierten Schaltung (IC=integrated Circuit) implementiert sind.

Das Schaltbild dieses Operationsverstärkers sieht wie folgt aus:



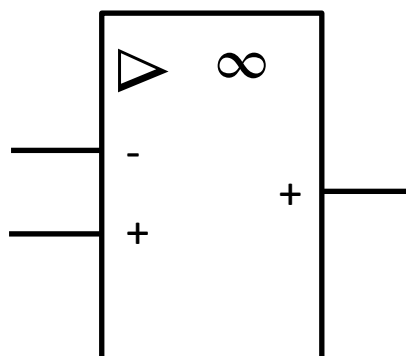
Der Operationsverstärker hat zwei Eingänge,

ein invertierender Eingang, mit „-“ gekennzeichnet und

ein nicht-invertierender Eingang, mit „+“ gekennzeichnet.

Der Ausgang ist auf der rechten Seite des Schaltzeichens zu erkennen.

Die im Schaltbild angegebenen Anschlüsse für die Versorgungsspannung des Operationsverstärkers ($+U_B$, $-U_B$) werden häufig nicht eingezeichnet, so dass sich folgendes Schaltzeichen ergibt.



Eigenschaften eines Operationsverstärkers

Durch den inneren Aufbau eines Operationsverstärkers ergeben sich Eigenschaften, die den Aufbau und die Berechnung von Operationsverstärkerschaltungen sehr stark vereinfachen.

Die wesentlichen Eigenschaften eines Operationsverstärkers sind:

Sehr hoher Eingangswiderstand

Der hohe Eingangswiderstand eines Operationsverstärkers hat den technischen Vorteil, dass die Signalquellen, die an die beiden Eingänge angeschlossen werden kaum belastet werden. Die Eingangssignale erreichen also nahezu unverfälscht die Verstärkerschaltungen des Operationsverstärkers.

Ein weiterer Vorteil des hohen Eingangswiderstands ist, dass die Stromstärken, die in den Operationsverstärker fließen, sehr klein sind und bei der Berechnung von Operationsverstärkerschaltung vernachlässigt werden können.

Sehr hoher Verstärkungsfaktor

Ein Operationsverstärker verstärkt die Differenz aus der Spannung an dem invertierenden Eingang und dem nicht-invertierenden Eingang ($U_d = V_+ - V_-$) mit einem sehr hohen Verstärkungsfaktor.

Die Ausgangsspannung ist somit

$$U_A = V \cdot (U_+ - U_-)$$

Der Verstärkungsfaktor V ist dabei so groß, dass er für praktische Berechnungen als unendlich groß angenommen werden kann.

Eine kleine Differenzspannung am Eingang sorgt so dafür, dass die Ausgangsspannung auf den maximal möglichen Wert, nämlich der zur Verfügung gestellten Versorgungsspannung ansteigt.

Für die praktische Berechnung von Operationsverstärkerschaltungen kann die **Verstärkung V als unendlich groß** angenommen werden.

Durch eine geeignete äußere Beschaltung (Gegenkopplung, siehe später) wird erreicht, dass die Ausgangsspannung nicht nur die gesamte Versorgungsspannung ausgibt, sondern eine definierte (z.B. lineare) Verstärkung der Eingangsspannung.

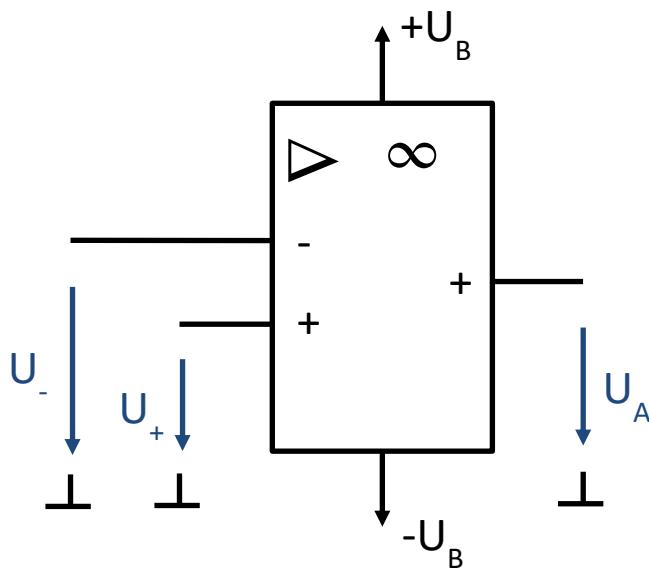
Niedriger Ausgangswiderstand

Bei der Berechnung von Operationsverstärkerschaltungen wird davon ausgegangen, dass nachfolgende Schaltungsteile einer Gesamtschaltung die zu berechnende Schaltung nicht belastet. Dies wird durch einen niedrigen Ausgangswiderstand und einen hohen Eingangswiderstand der nachfolgenden Verstärkerstufe erreicht.

Operationsverstärker als Komparator

Die grundlegende Funktionsweise eines Operationsverstärkers wird in seiner Verwendung als Komparator deutlich.

Als Komparator vergleicht der Operationsverstärker die beiden Eingangsspannungen und verstärkt die Differenz bis auf die Versorgungsspannung.

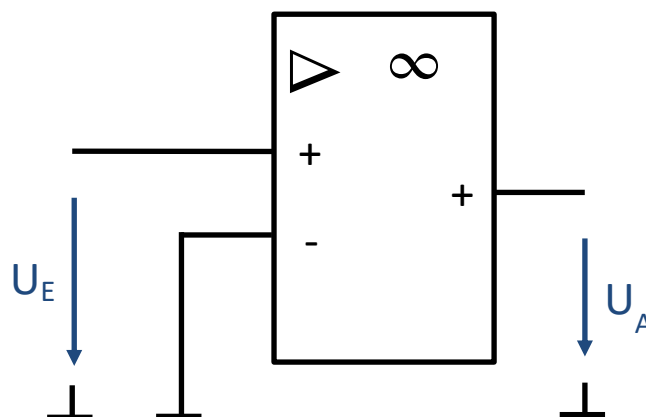


U_A ist $+U_B$, wenn U_+ größer als U_- ist.

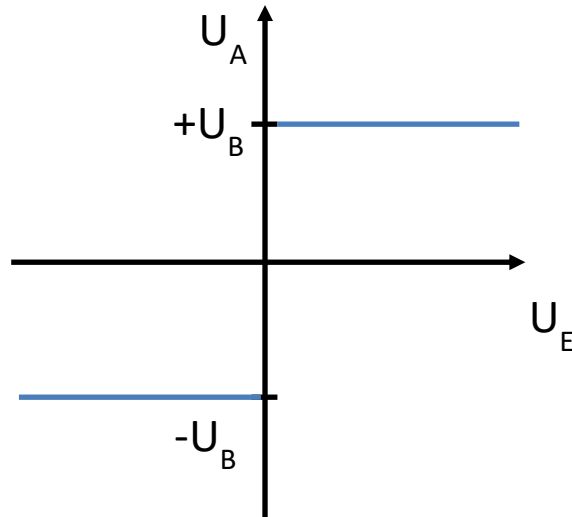
U_A ist $-U_B$, wenn U_+ kleiner als U_- ist.

Diese Schaltung kann beispielsweise verwendet werden, um das Vorzeichen einer Spannung festzustellen.

Hinweis: Aus graphischen Gründen ist der invertierende Eingang nun unten eingezeichnet und auf die Darstellung der Versorgungsspannung verzichtet worden.



Bei einer positiven Eingangsspannung ist die Ausgangsspannung gleich der positiven Versorgungsspannung, bei einer negativen Ausgangsspannung gleich der negativen Versorgungsspannung.



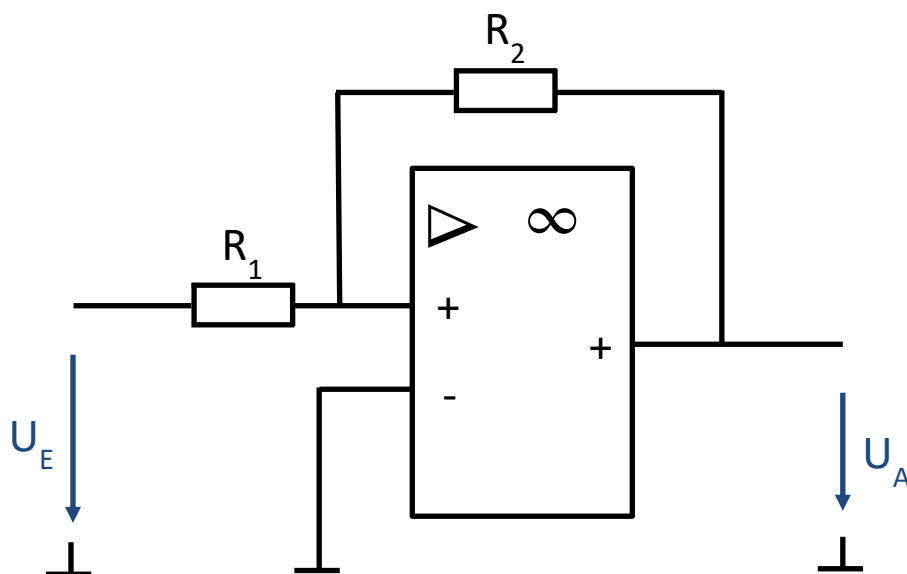
In der Regelungstechnik kann diese Schaltung beispielsweise verwendet werden, um abhängig von einer Regelabweichung ein Stellglied zu schalten.

Mitgekoppelter Operationsverstärker als Schmitt-Trigger

Auch wenn es hier eigentlich um Rechenschaltungen mit Operationsverstärkern geht, die durch eine Gegenkopplung entstehen, wird im Folgenden zunächst eine Mitkopplung beschrieben.

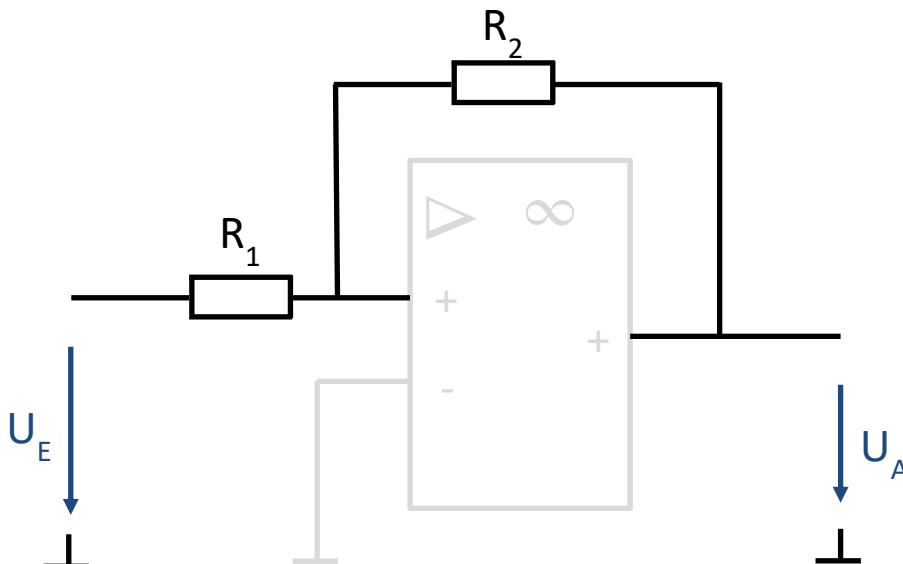
Durch eine Mitkopplung erreicht man eine Hysterese, d.h. zwei Schaltschwellen. Bei der Mitkopplung wird ein Teil der Ausgangsspannung auf den **nicht-invertierenden Eingang** zurückgekoppelt.

Es ergibt sich folgende Schaltung:



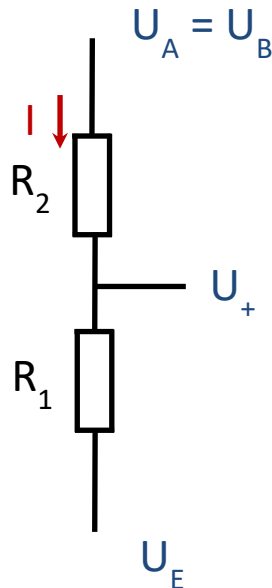
Zur Berechnung der Schaltung betrachtet man beide möglichen Betriebsfälle. Wenn die Spannung am nicht-invertierenden Eingang positiv ist beträgt die Ausgangsspannung $+U_B$. Wenn die Spannung am nicht-invertierenden Eingang negativ ist beträgt die Ausgangsspannung $-U_B$.

Für die Berechnung der Schaltschwellen ist der Rückkopplungspfad interessant:



Erster Fall: $U_A = +U_B$

Da in den Eingang des Operationsverstärkers kein Strom fließt erhält man durch Umzeichnen folgende Schaltung:



So lange das Potential am nicht-invertierenden Eingang positiv ist, beträgt die Ausgangsspannung $U_A = +U_B$. Wechselt die Spannung U_+ an der Schwelle $U_+ = 0$ von positiven Spannungen auf negative Spannungswerte schaltet der Operationsverstärker den Ausgang auf die negative Versorgungsspannung.

Es ist also die Spannung gesucht, auf die U_E gesenkt werden muss, damit $U_+ = 0$ wird.

Für $U_+ = 0$ ist $I = U_B / R_2$

denn die gesamte Spannung U_A fällt an R_2 ab.

Der Strom fließt weiter zum Eingang. An R_1 fällt also die Spannung $U_{R1} = R_1 \cdot I$ ab. Das Potential an U_E liegt um diesen Wert unter 0 und beträgt somit:

$$U_E = -R_1 \cdot I = -R_1 \cdot \frac{U_B}{R_2} = -\frac{R_1}{R_2} \cdot U_B$$

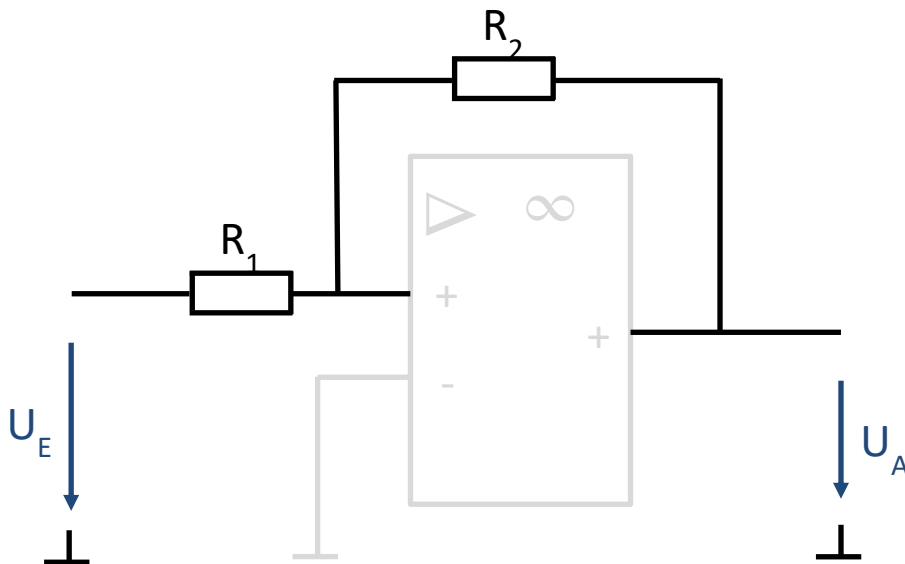
Beispiel: Bei einer Versorgungsspannung von $+U_B = 15V$ und gleichen Widerständen $R_1 = R_2 = 1k\Omega$ wechselt die Ausgangsspannung von $+U_B$ auf $-U_B$ bei einer Eingangsspannung von $U_E = -U_B = -15V$.

Je nach Verhältnis von R_1 zu R_2 ändert sich diese Schaltspannung. Ist R_2 beispielsweise doppelt so groß wie R_1 beträgt die Schaltspannung:

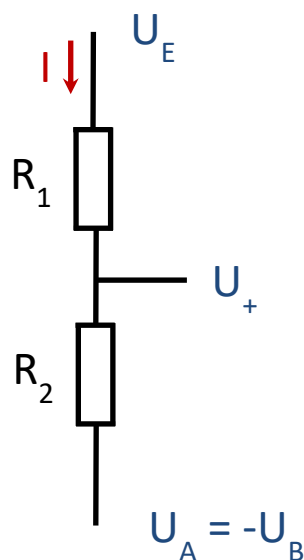
$$U_E = -\frac{R}{2R} \cdot 15V = -\frac{15V}{2} = -7,5V$$

Zweiter Fall: $U_A = -U_B$

Im zweiten möglichen Fall ist $U_A = -U_B$.



Da es im Allgemeinen anschaulicher ist, wenn das positive Potential oben eingezeichnet wird, wird im Folgenden der Spannungsteiler gedreht dargestellt:



Um den Ausgang zu schalten muss das Potential an U_+ wieder positiv werden. Gesucht ist also wieder die Spannung U_E , bei der $U_+ = 0$ beträgt.

Für $U_+ = 0$ ist $I = U_E / R_2$

denn die gesamte Spannung U_A fällt an R_2 ab.

U_E lässt sich somit berechnen aus:

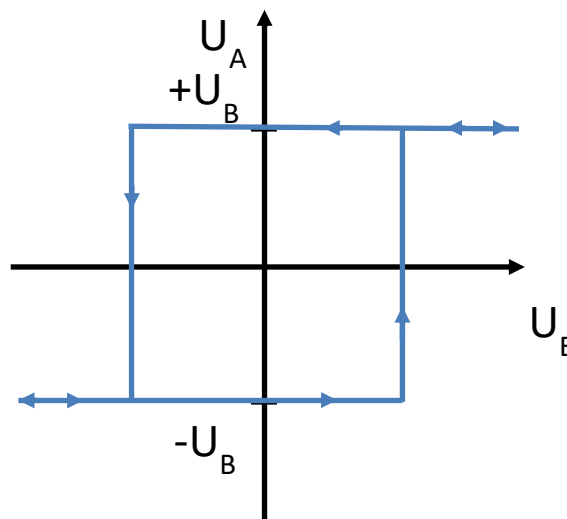
$$U_E = R_1 \cdot I = R_1 \cdot \frac{U_B}{R_2} = \frac{R_1}{R_2} \cdot U_B$$

Beispiel: Bei einer Versorgungsspannung von $+U_B=15V$ und gleichen Widerständen $R_1=R_2=1k\Omega$ wechselt die Ausgangsspannung von $+U_B$ auf $-U_B$ bei einer Eingangsspannung von $U_E=U_B=15V$.

Je nach Verhältnis von R_1 zu R_2 ändert sich diese Schaltspannung. Ist R_2 beispielsweise doppelt so groß wie R_1 beträgt die Schaltspannung:

$$U_E = \frac{R}{2R} \cdot 15V = \frac{15V}{2} = 7,5V$$

Im folgenden Diagramm lässt sich das Verhalten der Schaltung gut erkennen:



Bei positiver Ausgangsspannung $U_A=+U_B$ bleibt die Ausgangsspannung so lange positiv bis die Eingangsspannung U_E die untere Schwellspannung unterschreitet.

Beim Unterschreiten der unteren Schwellspannung springt die Ausgangsspannung auf die negative Versorgungsspannung, $U_A=-U_B$.

Die Ausgangsspannung bleibt so lange negativ, bis die Eingangsspannung U_E die obere Schwellspannung überschreitet.

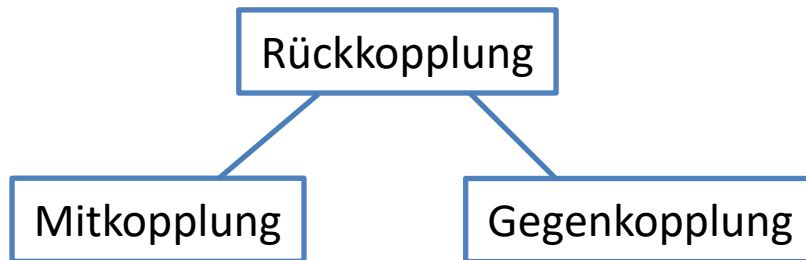
In folgendem Video zeige ich den [Operationsverstärker als Schmitt-Trigger in Aktion](#).



Gegengekoppelter Operationsverstärker

Während ein **mitgekoppelter Operationsverstärker** wie eben gesehen **schaltet**, wird für den Aufbau einer Verstärkerschaltung eine Gegenkopplung verwendet.

Es gibt also zwei Arten der Rückkopplung, die Mitkopplung und die Gegenkopplung.



Bei einer **Mitkopplung** wird das Ausgangssignal auf den **nicht-invertierenden Eingang** des Operationsverstärkers zurückgeführt.

Bei einer **Gegenkopplung** wird das Ausgangssignal auf den **invertierenden Eingang** des Operationsverstärkers zurückgeführt.

Die Gegenkopplung wird genutzt, um Rechenoperationen mit Operationsverstärkern durchzuführen.

Diese Rechenoperationen können beispielsweise sein:

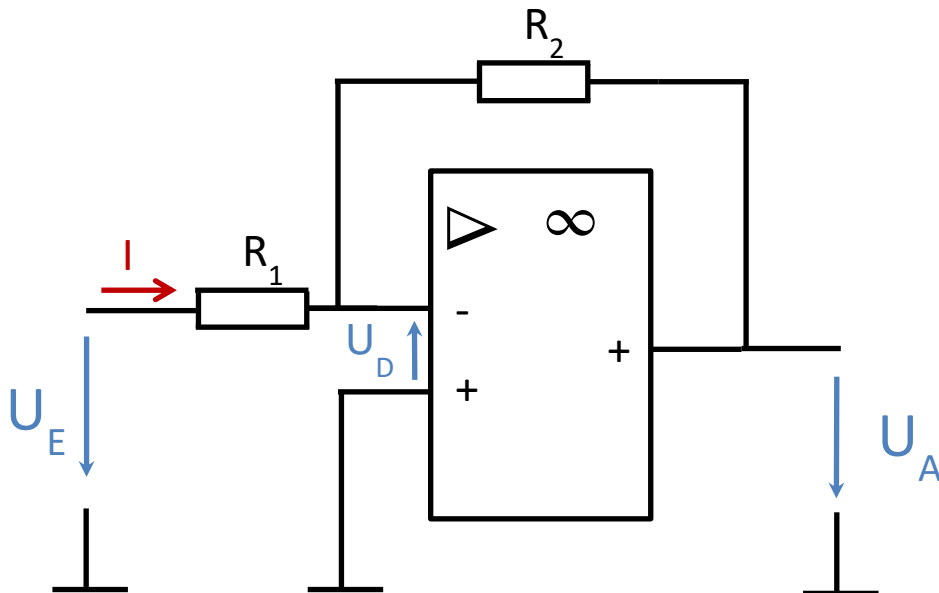
- Verstärkung von Spannungen
- Addition
- Subtraktion
- Integration
- Differenzierung (Ableitung)
- ...

sein.

Im Folgenden werden die wichtigsten Operationsverstärker-Grundsaltungen beschrieben und berechnet.

Invertierender Verstärker

Eine der wichtigsten Grundschaltungen ist der **invertierende Verstärker**.



An der Rückkopplung auf den **invertierenden Eingang** ist die Gegenkopplung zu erkennen.

Bei der Berechnung der Schaltung sind zwei Eigenschaften eines (idealen) Operationsverstärkers hilfreich.

1. Der Operationsverstärker hat einen unendlich hohen Eingangswiderstand. Das bedeutet, dass der Strom in den invertierenden Eingang gleich 0 ist. Der Strom I , der durch R_2 fließt, ist gleich dem Strom durch R_1 .
2. Der Verstärkungsfaktor V ist unendlich groß.

Die zweite Eigenschaft hat einen sehr praktischen Nutzen bei der Berechnung.

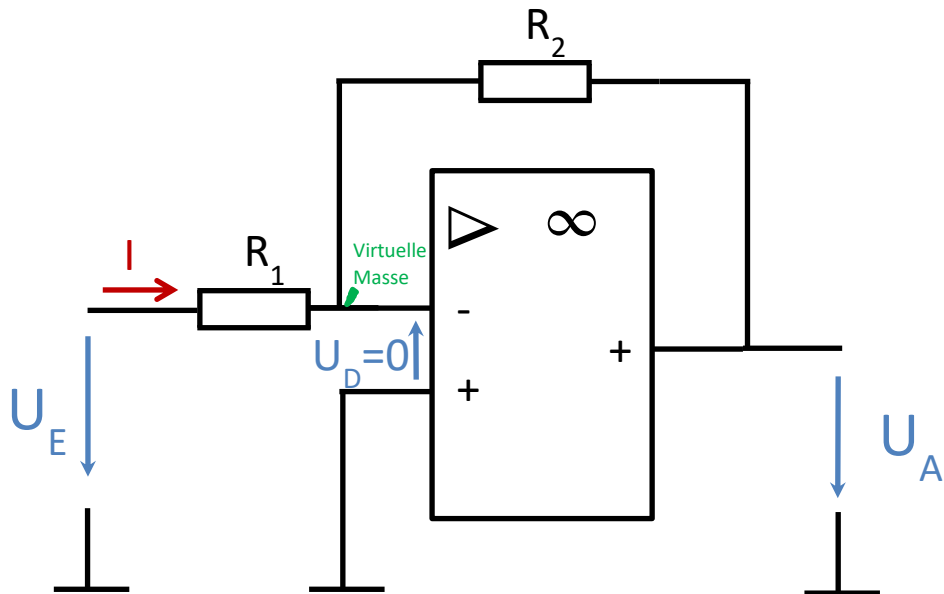
Es gilt:

$$U_A = V \cdot U_D \Rightarrow U_D = \frac{U_A}{V}$$

Bei unendlich großem Verstärkungsfaktor ist somit $U_D=0$.

Da der nicht-invertierende Eingang der Schaltung Massepotential besitzt, sorgt der Operationsverstärker bei einer Gegenkopplung durch die hohe Verstärkung dafür, dass sich das Potential am invertierenden Eingang ebenfalls auf einem Potential $U_D=0V$ einstellt.

Dieses 0V-Potential nennt man „virtuelle Masse“.



Berechnung des invertierenden Verstärkers

Mit den obengenannten Eigenschaften lässt sich nun die Abhängigkeit der Ausgangsspannung U_A von der Eingangsspannung U_E berechnen.

Da rechts vom Widerstand R_1 das Potential 0V beträgt (virtuelle Masse) beträgt die Stromstärke I :

$$I = \frac{U_E}{R_1}$$

Aus dem Maschenumlauf

$$U_A + R_2 \cdot I = 0$$

folgt

$$U_A = -R_2 \cdot I = -R_2 \cdot \frac{U_E}{R_1} = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E$$

Also:

$$U_A = -\frac{R_2}{R_1} \cdot U_E$$

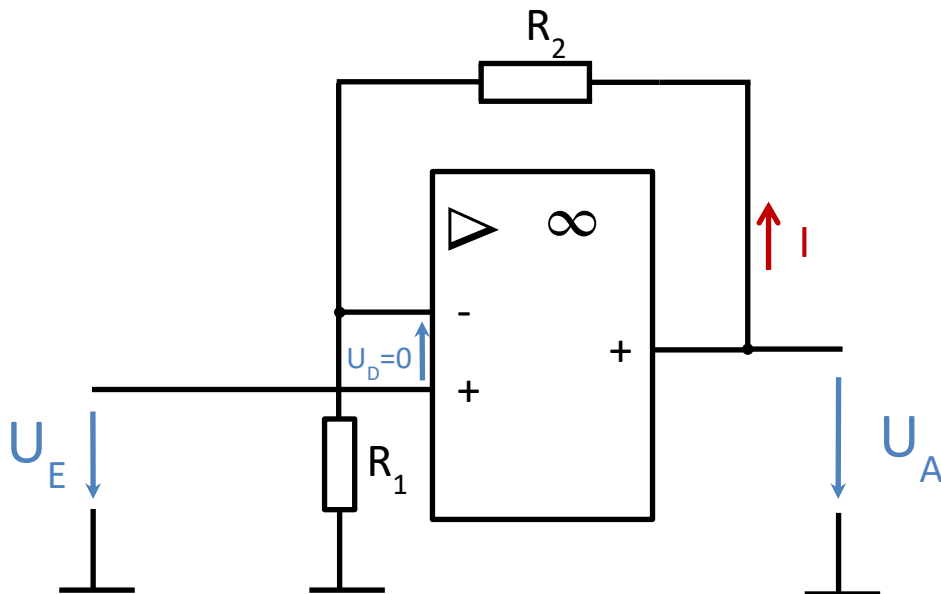
Die Eingangsspannung U_E wird also um einen konstanten Faktor, nämlich R_2/R_1 , verstärkt.

Zusätzlich wird das Vorzeichen invertiert. Daher der Name „invertierender Verstärker“.

Im folgenden Video zeige ich den [Operationsverstärker als invertierenden Verstärker in Aktion](#).



Berechnung des nicht-invertierenden Verstärkers



Auch in dieser Schaltung sorgt die Gegenkopplung dafür, dass die Differenzspannung $U_D=0$ beträgt.

Die Eingangsspannung U_E , die direkt am nicht-invertierenden Eingang anliegt, fällt somit auch über dem Widerstand R_1 ab. Denn am invertierenden Eingang und am nicht-invertierenden Eingang liegt wegen $U_D=0$ das gleiche Potential.

Somit beträgt die Stromstärke I durch R_1 und natürlich auch durch R_2 :

$$I = \frac{U_E}{R_1}$$

Die Ausgangsspannung U_A beträgt somit:

$$U_A = R_2 \cdot I + R_1 \cdot I = (R_1 + R_2) \cdot I = (R_1 + R_2) \cdot \frac{U_E}{R_1}$$

$$U_A = \frac{(R_1 + R_2)}{R_1} \cdot U_E = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_E$$

Die Ausgangsspannung U_A hat also das gleiche Vorzeichen wie die Eingangsspannung U_E .

Es handelt sich daher um einen **nicht-invertierenden Verstärker** mit einem konstanten **Verstärkungsfaktor, der größer als 1** ist.

Invertierende Verstärker und nicht-invertierende Verstärker können beispielsweise in der Regelungstechnik als P-Glieder eingesetzt werden.

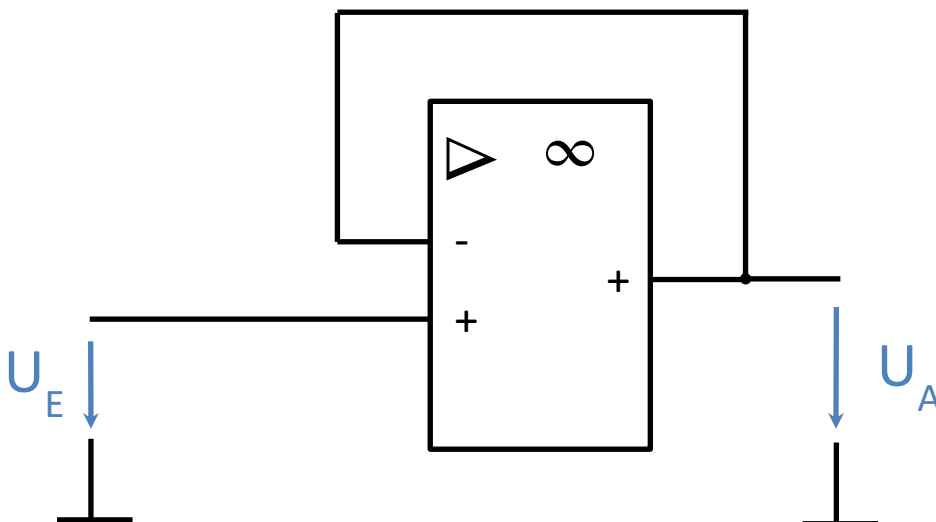
Operationsverstärker als Impedanzwandler

Eine besondere Form des Operationsverstärkers als nicht-invertierender Verstärker ist der Einsatz als Impedanzwandler.

Entfernt man in der vorherigen Schaltung den Widerstand R_1 ($R_1 = \infty$) und schließt man den Widerstand R_2 kurz ($R_2 = 0$) erkennt man an der Übertragungsfunktion

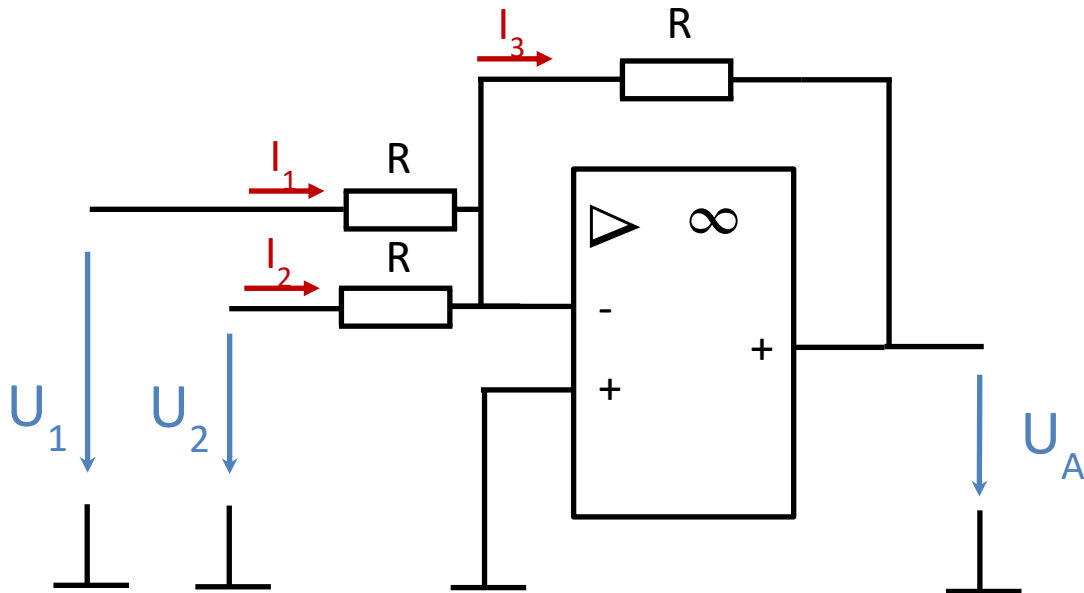
$$U_A = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \cdot U_E$$

dass in diesem Fall ist U_A gleich U_E ist. Es ergibt sich folgende Schaltung mit der Verstärkung 1.



Der Vorteil dieser Schaltung ist ein **hoher Eingangswiderstand** und ein **geringer Ausgangswiderstand**. Eine am Eingang angeschlossene Signalquelle wird somit nur wenig belastet, die gleiche Spannung liegt dann am Ausgang des Impedanzwandlers an und kann durch folgende Schaltungsteile verwendet werden.

Operationsverstärker als invertierender Addierer



Wie der Name bereits vermuten lässt geht es in dieser Schaltung um die Addition von Spannungen.

Anschaulich gesehen wird hier die Knotenregel (1. Kirchhoffsches Gesetz) genutzt. Die Ströme I_1 und I_2 werden nach der Knotenregel addiert und als I_3 über den dritten Widerstand geleitet. Dieser Strom sorgt für eine Ausgangsspannung, die gleich der (negativen) Summe der Eingangsspannungen ist.

Mathematisch sieht das folgendermaßen aus.

Wegen der „virtuellen Masse“ ist

$$I_1 = \frac{U_1}{R}$$

und

$$I_2 = \frac{U_2}{R}$$

Mit

$$I_3 = I_1 + I_2 = \frac{U_1}{R} + \frac{U_2}{R} = \frac{U_1 + U_2}{R}$$

ist die Spannung U_A um den Spannungswert, der am oberen Widerstand abfällt unterhalb von $0V$.

Also

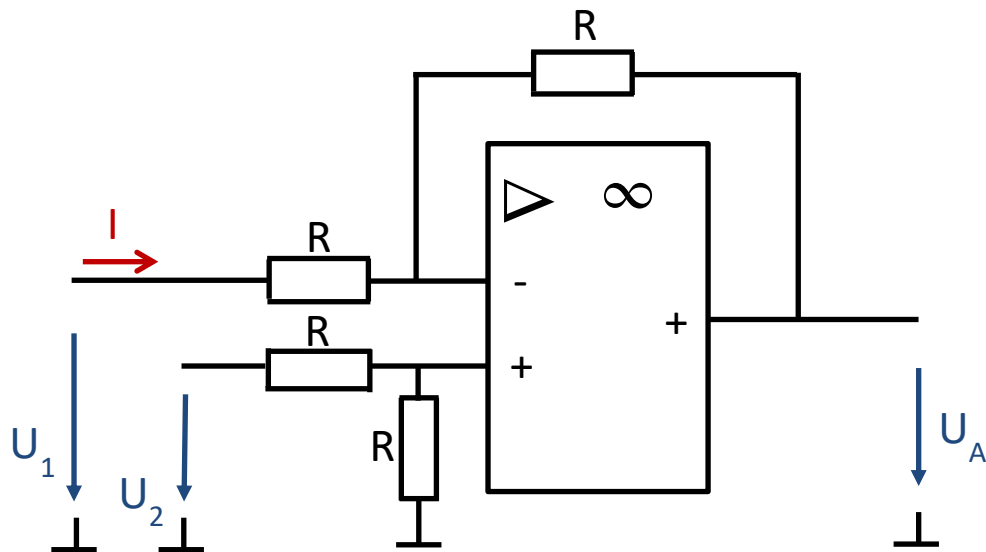
$$U_A = 0V - R \cdot I_3 = -R \cdot \frac{U_1 + U_2}{R} = -(U_1 + U_2)$$

Die Ausgangsspannung U_A ist also die (negative) Summe der Eingangsspannung. Die Schaltung ist ein invertierender Addierer.

Im folgenden Video zeige ich den [Operationsverstärker als invertierender Addierer in Aktion](#).



Operationsverstärker als Subtrahierer



In dieser Schaltung liegt der nicht-invertierende Eingang nicht auf Masse, sondern über dem Spannungsteiler auf $U_2/2$.

Aber auch hier sorgt der Operationsverstärker wegen der Gegenkopplung für eine Differenzspannung $U_D=0$.

Der invertierende Eingang liegt somit ebenfalls auf $U_2/2$.

Der Strom I lässt sich somit aus der Spannung, die am Eingangswiderstand des invertierenden Eingangs abfällt, bestimmen.

$$I = \frac{U_1 - \frac{U_2}{2}}{R}$$

Die Ausgangsspannung U_A liegt um den Spannungsabfall des oberen Widerstands unterhalb von $U_2/2$.

Somit ist U_A :

$$U_A = \frac{U_2}{2} - R \cdot I = \frac{U_2}{2} - R \cdot \frac{U_1 - \frac{U_2}{2}}{R} = U_2 - U_1$$

Die Schaltung oben subtrahiert also die Spannungen U_2 und U_1 .

Operationsverstärker als Integrierer

Neben den elementaren Rechenoperationen wie die lineare Verstärkung, die Addition und die Subtraktion werden beispielsweise in der Regelungstechnik weitere Operationen benötigt.

Wichtige Funktionen sind hier die zeitliche Integration, bzw. die Differenzierung von Spannungssignalen.

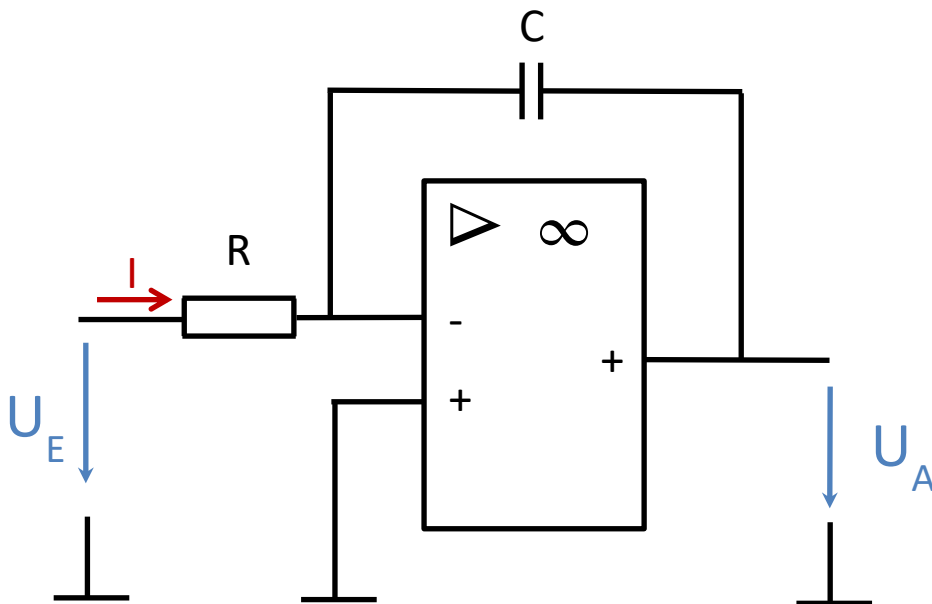
Bei der Integration soll das Integral einer Spannung über die Zeit gebildet werden.

Eine solche Funktion sähe dann folgendermaßen aus:

$$U_A = k \cdot \int U_E dt$$

wobei U_E und U_A zeitabhängige Größen darstellen.

Realisiert wird die Integration über diese Operationsverstärkerschaltung.



Die Gegenkopplung erfolgt hier über den Kondensator C.

Bei einem Kondensator ist die gespeicherte Ladung proportional zur Spannung. Es gilt:

$$Q = C \cdot U_C$$

Da der Strom I gleich der Änderung der Ladung ist, also die Ableitung der Ladung nach der Zeit, erhält man durch Ableitung der obigen Gleichung eine Beziehung zwischen Strom und Spannung am Kondensator.

$$I = \frac{dQ}{dt} = C \cdot \frac{dU_c}{dt}$$

Bzw., wenn man beide Seiten über die Zeit integriert (Ableitung und Integration heben sich dann auf der rechten Seite auf):

$$\int I dt = C \cdot U_c$$

Bzw.

$$U_c = \frac{\int I dt}{C}$$

Mit diesen Beziehungen kann nun die Schaltung berechnet werden.

Durch die Gegenkopplung liegt das Potential am invertierenden Eingang wieder auf der „virtuellen Masse.“

Der Strom I berechnet sich daher aus:

$$I = \frac{U_E}{R}$$

Dieser Strom sorgt für einen Spannungsabfall am Kondensator. Um diesen Spannungsabfall liegt die Ausgangsspannung U_A unterhalb der virtuellen Masse.

$$U_A = 0V - \frac{\int Idt}{C} = -\frac{\int \frac{U_E}{R} dt}{C} = -\frac{1}{RC} \int U_E dt$$

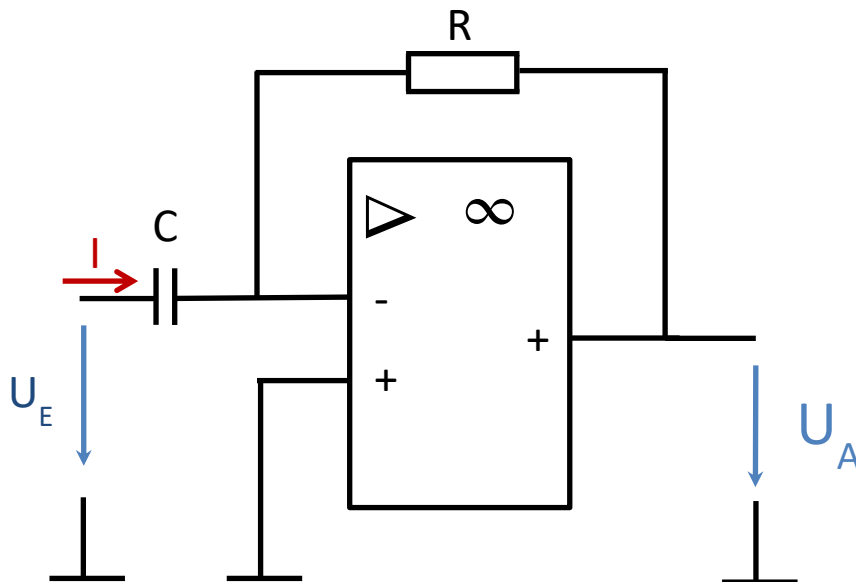
Die obige Schaltung integriert also die Eingangsspannung. Als zusätzlicher konstanter Faktor kommt noch $-1/RC$ dazu.

In folgendem Video zeige ich den [Operationsverstärker als Integrierer in Aktion](#).



Operationsverstärker als Differenzierer

Neben der Integration wird für die Verarbeitung von Signalen auch die Ableitung, die Differenzierung benötigt. Vertauscht man in obiger Schaltung Kondensator und Widerstand erhält man die entsprechende Schaltung.



Auch hier liegt durch die Gegenkopplung am invertierenden Eingang die „virtuelle Masse“, so dass der Strom I

$$I = C \cdot \frac{dU_E}{dt}$$

beträgt.

Die Ausgangsspannung U_A liegt wieder um den Spannungsabfall am Widerstand unterhalb von $0V$.

$$U_A = 0V - R \cdot I = -R \cdot C \cdot \frac{dU_E}{dt}$$

Die gegebene Schaltung differenziert also wie gewünscht die Eingangsspannung. Zusätzlich kommt noch ein konstanter Faktor $-RC$ dazu.

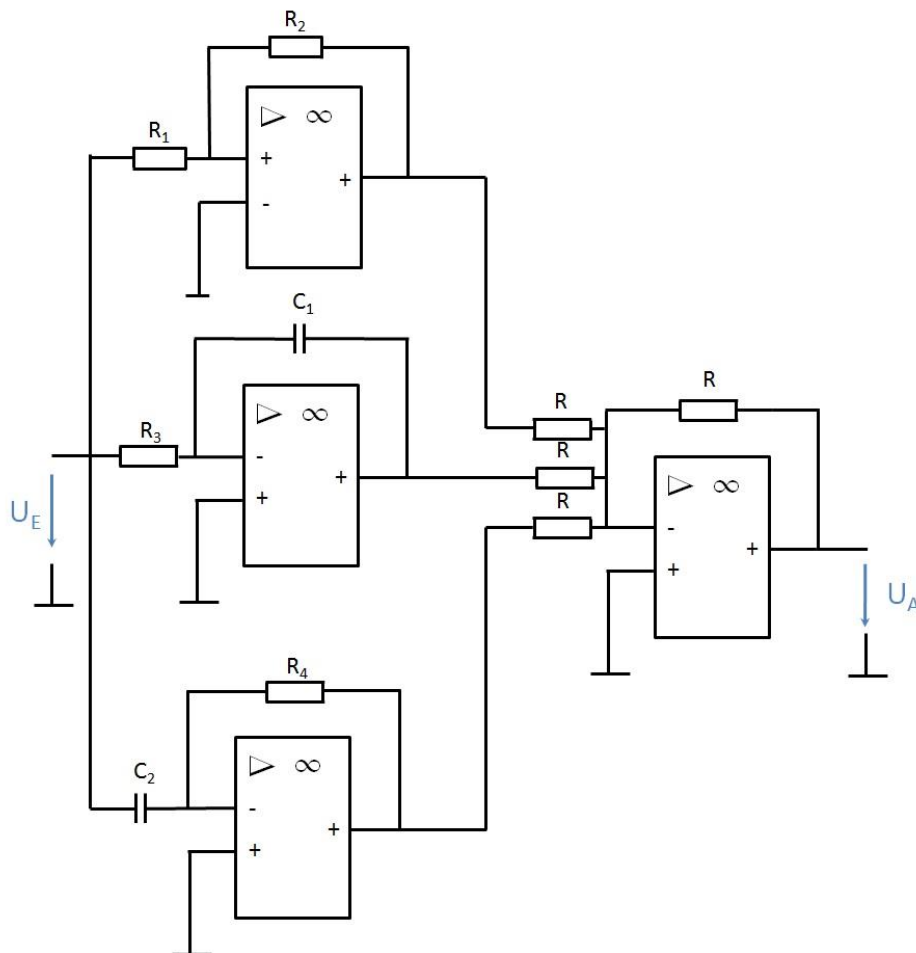
Operationsverstärkerschaltungen in der Regelungstechnik

An Hochschulen ist im Bereich Regelungstechnik die Realisierung von Reglern mit Hilfe von Operationsverstärkern fester Bestandteil der Vorlesungen, Klausuren und Prüfungen.

Neben dem P-Regler, der durch einen invertierenden oder nicht-invertierenden Verstärker realisiert werden kann sind vor allem PD-, PI-, und PID-Glieder von Bedeutung.

Diese Glieder lassen sich zum einen sehr leicht durch die bereits gezeigten Grundschaltungen zusammenbauen. Zum anderen lassen sich die Regler aber auch durch spezielle Schaltungen mit einem Operationsverstärker realisieren.

Beginnen wir mit der Synthese aus den Grundschaltungen.



Auf der linken Seite der Schaltung finden wir die drei Grundschaltungen invertierender Verstärker, invertierender Integrierer und invertierender Differenzierer.

Die Ausgangsspannungen dieser drei Grundsaltungen werden durch die Schaltung, dem invertierenden Addierer, addiert.

Es ergibt sich folgende Ausgangsspannung U_A :

$$U_A = - \left(- \frac{R_2}{R_1} U_E - \frac{1}{R_3 C_1} \int U_E dt - R_4 C_2 \frac{dU_E}{dt} \right)$$

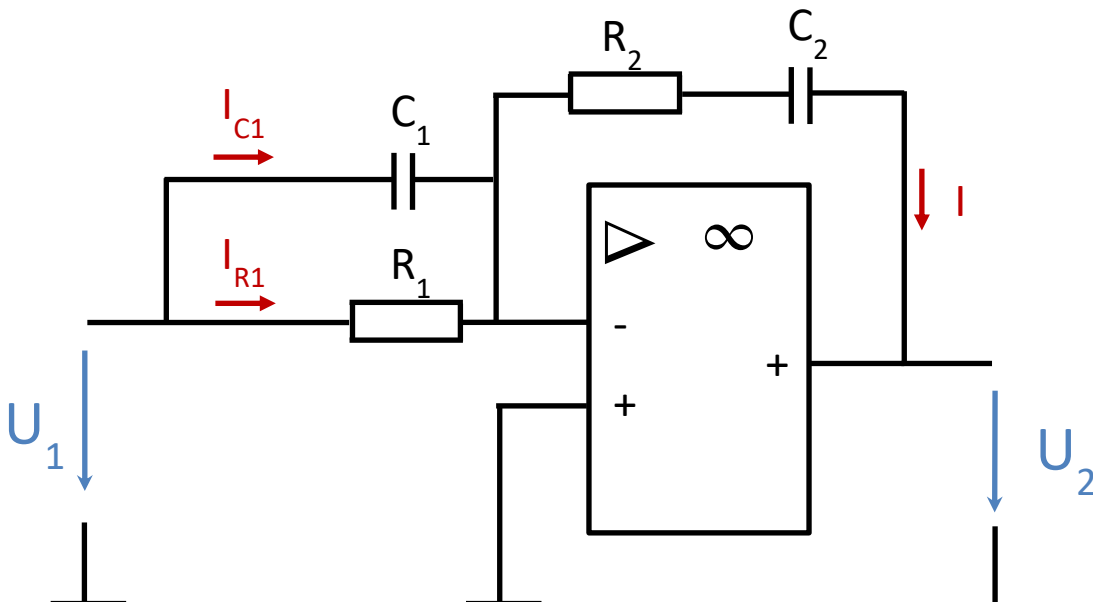
$$U_A = \frac{R_2}{R_1} U_E + \frac{1}{R_3 C_1} \int U_E dt + R_4 C_2 \frac{dU_E}{dt}$$

Die Gesamtschaltung realisiert einen PID-Regler, also einen Regler mit P-, I- und D-Anteil. Durch die Wahl der Bauelemente werden die einzelnen Anteile gewichtet. Die Reihenschaltung sorgt dafür, dass die Invertierungen aufgehoben werden. Das Ausgangssignal ist so nicht mit einem Minuszeichen behaftet.

Zur Realisierung von PI- und PD-Reglern werden die nicht benötigten Schaltungsteile einfach weggelassen.

Für die Realisierung dieses PID-Reglers werden jedoch vier Operationsverstärker benötigt.

Einen Aufbau eines PID-Reglers mit nur einem Operationsverstärker zeigt folgende Schaltung.



Zur Berechnung dieser Schaltung ist auch hier das Verhältnis von Spannung und Stromstärke an einem Kondensator wichtig.

Also:

$$I = C \cdot \frac{dU}{dt}$$

bzw.

$$U_c = \frac{\int Idt}{C}$$

Da am invertierenden Eingang des Operationsverstärkers durch die virtuelle Masse ein Potential von 0V besteht lassen sich die Stromstärke durch R_1 und C_1 berechnen und zum Gesamtstrom I addieren.

$$I = \frac{U_1}{R_1} + C_1 \cdot \frac{dU_1}{dt}$$

Dieser Strom I fließt weiter über die Reihenschaltung aus R_2 und C_2 und sorgt für eine Ausgangsspannung, die um den Spannungsabfall an R_2 und C_2 unterhalb von 0V liegt.

$$U_2 = 0V - \left(I \cdot R_2 + \frac{1}{C_2} \cdot \int Idt \right)$$

$$U_2 = -\left(\frac{R_2 U_1}{R_1} + R_2 C_1 \cdot \frac{dU_1}{dt}\right) - \frac{1}{C_2} \cdot \int \left(\frac{U_1}{R_1} + C_1 \cdot \frac{dU_1}{dt}\right) dt$$

Da sich die Integration und Differenzierung in der rechten Klammer aufheben, erhält man durch Ausmultiplikation und Umstellung:

$$U_2 = -\left(\frac{R_2}{R_1} + \frac{C_1}{C_2}\right)U_1 - R_2 C_1 \frac{dU_1}{dt} - \frac{1}{R_1 C_2} \cdot \int U_1 dt$$

Die Gewichtung der einzelnen Anteile lassen sich auch hier durch die Wahl der Bauelemente einstellen. Das negative Vorzeichen muss jedoch berücksichtigt, bzw. durch eine zusätzliche Invertierung wieder aufgehoben werden.

Operationsverstärker im Frequenzbereich

Die Untersuchung des Übertragungsverhaltens von Schaltungen für sinusförmige Signale unterschiedlicher Frequenzen ist eine sehr häufige Aufgabe in der Elektrotechnik.

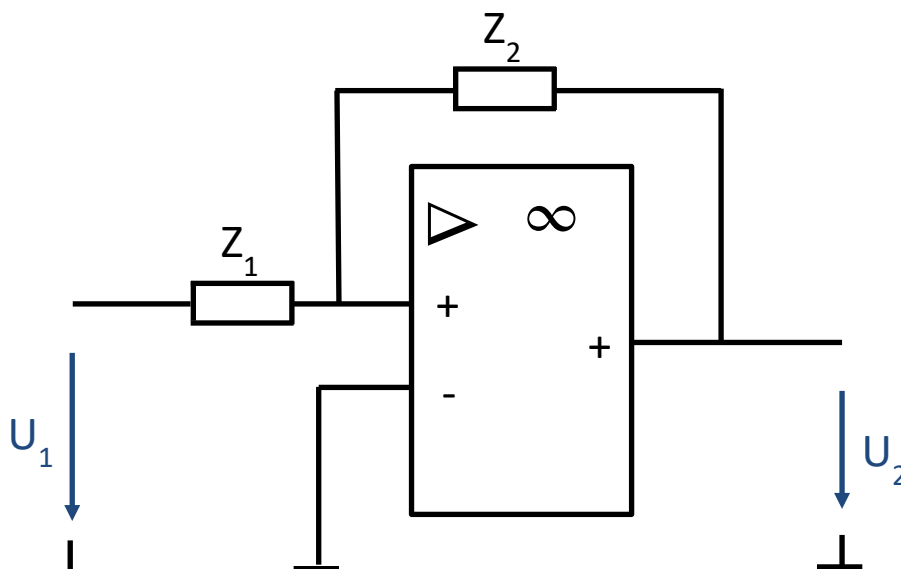
So wird beispielsweise in der Regelungstechnik der Reglerentwurf und die Untersuchung von Stabilitätskriterien eines Regelkreises häufig im Frequenzbereich durchgeführt.

Für die Untersuchung von Operationsverstärkerschaltungen im Frequenzbereich sind grundlegende Kenntnisse im Bereich der Wechselstromtechnik und der komplexen Zahlen Voraussetzung.

Eine Einführung in die [Wechselstromtechnik](#) und die [komplexen Zahlen](#) bieten meine verlinkten E-Books und Kurse auf [ET-Akademie.de](#). Weiterführende Informationen für den fortgeschrittenen Studenten bietet auch mein E-Book zu den [Bode-Diagrammen](#).



In vielen Grundschaltungen wird der gegengekoppelte invertierende Verstärker verwendet, wobei die verwendeten Widerstände nicht ohmsche Widerstände sondern komplexe Wechselstromwiderstände sind.



Wie für das Verhalten im Zeitbereich gilt auch hier analog:

$$\underline{U}_2 = -\frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_1} \cdot \underline{U}_1$$

Ein einfaches Beispiel ist das Übertragungsverhalten eines invertierenden Integrierers mit

$$\underline{Z}_2 = \underline{X}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

Die Übertragungsfunktion lautet für den invertierenden Integrierer demnach:

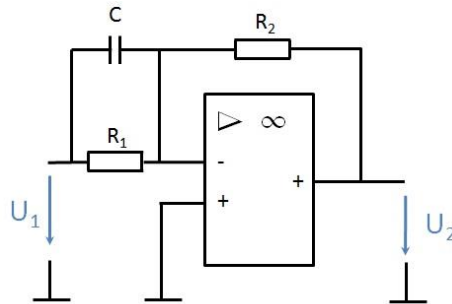
$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = -\frac{\underline{X}_C}{R} = -\frac{1}{j\omega C R} = -\frac{1}{j\omega RC}$$

An der Übertragungsfunktion erkennt man das Amplitudenverhältnis $1/\omega RC$ und die konstante Phasenverschiebung von 90° .

In folgendem Video zeige ich [das Verhalten des Operationsverstärkers als Integrierer im Frequenzbereich](#).



Beispiel: PD-Glied



Eine elektrotechnische Realisierung des PD-Gliedes ist mit folgender Operationsverstärkerschaltung möglich.

Für die oben angegebene Schaltung gilt

$$\underline{Z}_2 = R_2$$

und

$$\underline{Z}_1 = R_1 \parallel \underline{X}_C = \frac{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C}}{R_1 + \frac{1}{j\omega C}}$$

Somit ergibt sich für die Übertragungsfunktion der Schaltung:

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{R_2}{\underline{Z}_1} = -\frac{R_2 \cdot \left(R_1 + \frac{1}{j\omega C} \right)}{R_1 \cdot \frac{1}{j\omega C}} = -\frac{R_2 \cdot (j\omega C R_1 + 1)}{R_1}$$

Eine weitere Betrachtung zur Berechnung der Übertragungsfunktionen von Operationsverstärkern im Frequenzbereich würde den Rahmen dieses kleinen E-Books sprengen.

Für weitere Informationen zur Anwendung von Übertragungsfunktionen und zur graphischen Analyse von Systemen im Frequenzbereich mit Hilfe von Bode-Diagrammen empfehle ich mein [E-Book Bode-Diagramme in der Elektrotechnik](#).

ET-Tutorials.de Wolfgang Bengfort

Bode-Diagramme in der Elektrotechnik

ohne Ballast

$$F(s) = 100 \cdot \frac{1}{s} \cdot \left(1 + \frac{s}{10}\right) \cdot \frac{1}{\left(1 + \frac{s}{100}\right)}$$

F_{dB}

Vom Frequenzgang
zum Bode-Diagramm

VIDEO-unterstützt